

УДК 621.974.8

В.А. Матюхин, студ., И.А. Жданов, инж., С.К. Колтун, инж.**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ВАЛЬЦЕВАНИИ ПЕРА КОМПРЕССОРНЫХ ЛОПАТОК****Общая постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами**

Формообразование аэродинамических поверхностей малогабаритных лопаток является одной из самых сложных задач современного авиадвигателестроения, обусловленных как малыми габаритными размерами, сложностью формы, так и высокими требованиями к их точности и шероховатости.

Вальцевание при малогабаритных компрессорных лопаток является одним из основных финишных методов формообразования, который позволяет получить геометрические параметры сложнопрофильных поверхностей с заданной точностью, шероховатостью и высокой производительностью.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем

Вопросам изучения процесса вальцевания пера компрессорных лопаток в литературных источниках посвящены целый ряд научно-технических публикаций, в которых достаточно полно отражены основные его характерные особенности, позволяющие определять основные параметры точности [1, 2].

Однако в указанных и других литературных источниках мало публикаций по вопросам математического моделирования самого процесса течения металла при вальцевании компрессорных лопаток, что несколько сдерживает применение информационных технологий в технологической подготовке производства непосредственно в производственных процессах.

Цель работы

Разработка математической модели кинематики

процесса течения металла при вальцевании пера компрессорных лопаток.

Содержание и результаты исследований

Процесс течения металла при вальцевании лопаток состоит в перемещении материальных его частей друг относительно друга, которое зависит от степени деформации, скорости и других условий. Кинематика процесса течения металла влияет на микроструктуру изделия, точность геометрических размеров, а также определяет энергетические затраты по пластическому формообразованию пера лопатки.

Поэтому одной из основных задач исследования кинематики процесса вальцевания является определение внутренних скоростей течения элементарных объемов материала заготовки.

Если на заготовку лопатки при вальцевании действует со стороны валков система внешних сил, то ее отдельные частицы будут перемещаться с некоторой скоростью.

Вектор скорости связан с вектором перемещений следующей дифференциальной зависимостью:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{U}}{dt}. \quad (1)$$

Разложим вектор скорости по направлению координатных осей. При этом получим зависимость между составляющими вектора скорости и вектора перемещения в дифференциальном виде:

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{\partial U_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial U_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial U_x}{\partial z}, \\ V_y &= \frac{\partial U_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial U_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial U_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial U_y}{\partial z}, \\ V_z &= \frac{\partial U_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial U_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial U_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial U_z}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2)$$

где U_x , U_y и U_z – составляющие вектора перемещения в направлении соответствующих координатных осей.

При условии плоского деформированного состояния перемещение в направлении хорды отсутствует:

$$U_x = 0. \quad (3)$$

Поэтому составляющая скорости в направлении оси X равна

$$V_x = 0. \quad (4)$$

Следовательно, если известен закон перемещения частиц металла заготовки в направлении координатных осей, то, используя дифференциальные зависимости (2), можно определить скорости перемещения в направлении соответствующих осей. На рис. 1 приведена схема деформации некоторого условного объема материала заготовки ОА'Д'М, равного половине объема очага деформации ОАДQ (при условии симметричности заготовки и равномерного припуска).

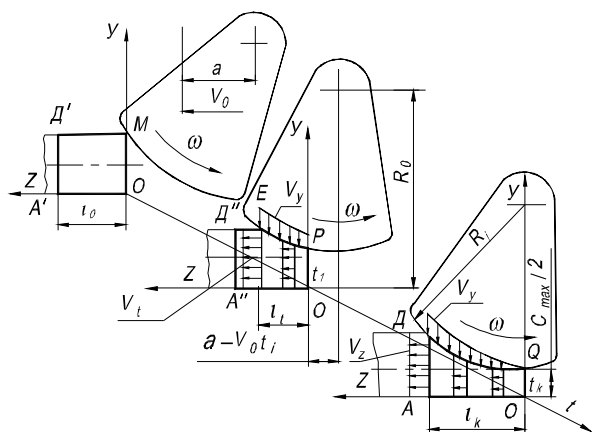


Рис. 1. Схема деформирования металла при вальцевании

До деформации участок заготовки имеет длину l_0 . Ось вращения вала в исходном положении находится на расстоянии a от начала координат. С течением времени происходит относительное движение вала и заготовки, при котором последняя де-

формируется и в некоторый момент времени $t = t_1$ приобретает форму ОА''Д''ЕР. Процесс деформации заканчивается при $t = t_k$. При этом очаг деформации окончательно формируется и приобретает форму, представленную на рис. 1 площадью ОАДQ.

Контактная поверхность очага деформации, перемещаясь в направлении оси z , описывается следующим уравнением:

$$y = \frac{(z + a - V_0 t)^2}{A} - \frac{x^2}{B} + \frac{C_{\max}}{2}. \quad (5)$$

Перепишем это уравнение в виде

$$U_{\text{уклон}} = \frac{\varphi(x, z, t)}{2v}, \quad (6)$$

где

$$\varphi(x, z, t) = 2B(z + a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max},$$

$$v = AB.$$

Используя дифференциальную зависимость (2), определим вертикальную контурную скорость частиц металла поверхности контакта:

$$V_{y_k} = -\frac{2(z + a - V_0 t)}{A}(V_0 - V_z). \quad (7)$$

Введем линейный закон затухания скорости V_y

по оси y :

$$V_y = -\frac{4B(z + a - V_0 t)(V_0 - V_z)y}{\varphi(x, z, t)}. \quad (8)$$

Продифференцируем выражение (8) по y :

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{4B(z + a - V_0 t)(V_0 - V_z)}{\varphi(x, z, t)}. \quad (9)$$

Для определения скорости V_z воспользуемся уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

откуда

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{\partial V_z}{\partial z}. \quad (11)$$

Приравняв правые части выражений (9) и (11), получим:

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{4B(z + a - V_0 t)(V_0 - V_z)}{\varphi(x, z, t)}. \quad (12)$$

Это выражение представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка. Разделим переменные этого уравнения и проинтегрируем левую и правую части:

$$\int \frac{dV_z}{V_0 - V_z} = \int \frac{4B(z + a - V_0 t) dz}{\varphi(x, z, t)} + C_1. \quad (13)$$

После интегрирования имеем:

$$-\ln(V_0 - V_z) = \ln C_1 [\varphi(x, z, t)], \quad (14)$$

откуда

$$V_z = V_0 - \frac{1}{C_1 \varphi(x, z, t)}. \quad (15)$$

Константу C_1 определяем из условия: при $z = 0$

$$V_z = 0.$$

Получим

$$C_1 = \frac{1}{V_0 [2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}]}. \quad (16)$$

Окончательно имеем:

$$V_z = V_0 \left[1 - \frac{2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}}{\varphi(x, z, t)} \right]. \quad (17)$$

Продифференцируем данное выражение по z :

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} = 4V_0 B \times (z + a - V_0 t) \times \frac{[2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}]}{\varphi^2(x, z, t)}. \quad (18)$$

Используя (11), имеем:

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} = -4V_0 B \times (z + a - V_0 t) \times \frac{[2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}]}{\varphi^2(x, z, t)}. \quad (19)$$

Проинтегрировав данное выражение, получаем:

$$V_y = -4V_0 B \times (z + a - V_0 t) \times \frac{[2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}]y}{\varphi^2(x, z, t)} + C_2. \quad (20)$$

Из условия равенства нулю скорости V_y на плоскости симметрии заготовки, находим постоянную интегрирования $C_2 = 0$.

Окончательно имеем поле скоростей:

$$V_x = 0,$$

$$V_y = -4V_0 B \times (z + a - V_0 t) \times \frac{[2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}]y}{\varphi^2(x, z, t)}, \quad (21)$$

$$V_z = V_0 \left[1 - \frac{2B(a - V_0 t)^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}}{\varphi(x, z, t)} \right]. \quad (22)$$

При $t = t_k$ $V_0 t = a$, тогда поле скоростей в конечный момент деформации, т.е. в момент полного формирования очага деформации, имеет вид:

$$\begin{aligned} V_x &= 0, \\ V_y &= -\frac{4V_0 v (BC_{\max} - 2x^2) yz}{\varphi^2(x, y)}, \\ V_z &= V_0 \left[1 - \frac{A(BC_{\max} - 2x^2)}{\varphi(x, z)} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

На рис. 2 приведены составляющие скоростей V_y и V_z в процессе формирования очага деформации. При $t = t_k$ поле скоростей имеет стационарный характер в пределах малого промежутка времени Δt . По перу лопатки величина составляющих скорости перемещения частиц металла имеет переменное значение, т.е. поле скоростей является функцией положения очага деформации в объеме пера.

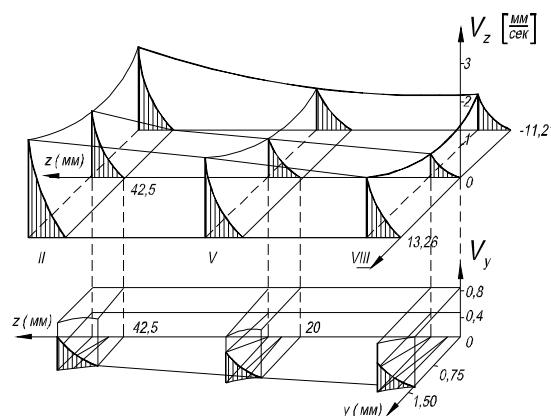


Рис. 2. Распределение составляющих скоростей V_y и V_z в процессе формирования очага деформации

Как видно из рис. 2, в продольном и в поперечном сечениях лопатки поле скоростей имеет неодинаковое значение.

Так как вектор скорости \vec{V} зависит не только от координат x, y, z , но и от времени вальцевания t , то в

общем случае поле скоростей изменяется с течением времени. В полученном выше поле скоростей (22) постоянные коэффициенты A , B и a являются функцией времени t . В частном случае в пределах малого промежутка времени поле скоростей может быть функцией только координат. В этом случае поле скоростей будет стационарным.

Запишем дифференциальное уравнение линий тока для случая плоского стационарного течения:

$$\frac{dy}{V_y(x, y, z)} = \frac{dz}{V_z(x, y, z)}. \quad (24)$$

Данное уравнение определяет семейство линий тока, которое с течением времени не изменяется и представляет собой траектории, вдоль которых перемещаются частицы металла.

Для того, чтобы сравнить расчетное семейство линий тока с экспериментальным, свяжем систему координат не с заготовкой, а с инструментом.

При этом поле скоростей будет иметь вид:

$$V_y = -\frac{4V_0 v(BC_{\max} - 2x^2)yz}{(2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max})^2},$$

$$V_z = -\frac{V_0 A(BC_{\max} - 2x^2)}{2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}}. \quad (25)$$

Имея обе составляющие скорости, можно определить семейство линий тока, используя уравнение

$$\frac{dy}{-\frac{4V_0 v(BC_{\max} - 2x^2)yz}{(2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max})^2}} = \frac{dz}{-\frac{V_0 A(BC_{\max} - 2x^2)}{2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}}}. \quad (26)$$

Разделив переменные данного дифференциального уравнения и произведя сокращения, получим:

$$\frac{dy}{y} = \frac{4Bzdz}{2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}}. \quad (27)$$

Интеграл этого уравнения будет

$$\ln y = \ln(2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max}) + \ln C, \quad (28)$$

откуда имеем

$$y = (2Bz^2 - 2Ax^2 + vC_{\max})C. \quad (29)$$

Это выражение представляет собой уравнение линий тока или линий траекторий для поля скоростей (25).

Построим расчетное семейство линий тока и сравним их с экспериментальными линиями траекторий (на рис. 3 сплошные линии), видим хорошее их совпадение.

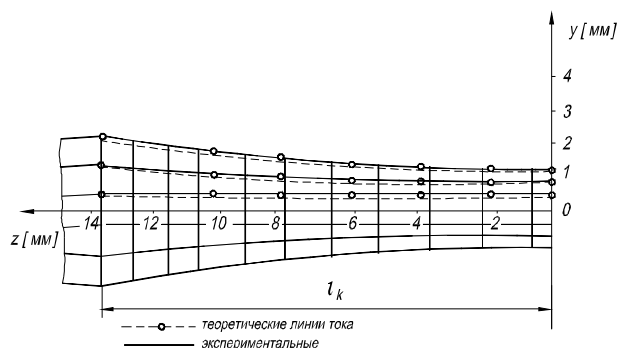


Рис. 3. Линии тока перемещения частиц материала

Выводы

Полученные аналитические зависимости, описывающие кинематику процесса течения частиц металла при вальцевании пера компрессорных лопаток, позволяют определять их траектории перемещения.

Перспективы дальнейших исследований

Дальнейшие теоретические исследования должны быть направлены на получение аналитических зависимостей скоростей деформаций, интенсивности деформаций и напряженно-деформированного состояния лопаток компрессора после их вальцевания.

Список литературы:

1. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металла. – Харьков: Из-во ХГУ, 1958. – 180 с.
2. Алексеев Ю.Н. Введение в обработку металлов давлением прокаткой, резанием. – Харьков: Из-во ХГУ, 1969. – 108 с.